Matrikel								SKZ				Name	

Klausur 1

Formale Grundlagen 2

23. November 2001

Bitte kreuzen Sie jeweils die richtige Antwort an. Zu jedem Buchstaben muß entweder ja oder nein angekreuzt werden.

Aufgabe 1 *Sei Σ ein Alphabet mit $|\Sigma| > 1$. Gegeben seien die Sprachen $L_1 = \{a^3 \mid a \in \Sigma\}$, $L_2 = \{a^3 \mid a \in \Sigma^*\}$ und $L_3 = \{a^3 b \mid a \in \Sigma \wedge b \in \Sigma^*\}$ über dem Alphabet Σ. Kreuzen Sie genau die Sprachen an, die regulär sind.*

A	ja		$L_1 \cap L_2$	$L_1 \cap L_2 = L_1$. $L_2 \supset L_1$. L_1 *regulär: Für* $\Sigma = \{a_1, \ldots, a_n\}$, $L_1 = L\left(a_1^3 + \cdots + a_n^3\right)$.
B		nein	$L_1 \cup L_2$	$L_1 \cup L_2 = L_2$. $L_2 \supset L_1$. L_2 *nicht regulär nach Pumping Lemma.*
C	ja		$L_1 \cup L_3$	$L_1 \cup L_3 = L_3$. $L_3 \supseteq L_1$. L_3 *regulär: Für* $\Sigma = \{a_1, \ldots, a_n\}$, $L_3 = L\left((a_1^3 + \cdots + a_n^3)(a_1 + \cdots + a_n)^*\right)$
D		nein	$L_2 \circ L_3$	$L_2 \circ L_3 = \{xxxaaay \mid x, y \in \Sigma^* \wedge a \in \Sigma\}$ *nicht regulär nach Pumping Lemma*

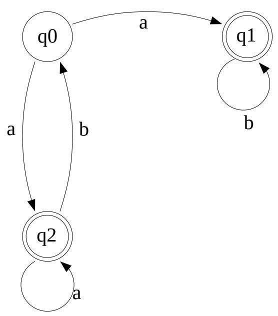
Aufgabe 2 *Bestimmen Sie die Anzahl A_n der Knoten eines vollständigen binären Baumes der Tiefe n.*
Dabei definieren wir einen vollständigen binären Baum der Tiefe n rekursiv wie folgt: Ein einzelner Knoten ist ein vollständiger binärer Baum der Tiefe 1. Ein vollständiger binärer Baum der Tiefe $n+1$ ist ein binärer Baum, an dessen Wurzelknoten genau zwei vollständige binäre Bäume der Tiefe n hängen.

A		nein	$A_n = n^2$	$A_2 = 3$
B		nein	$A_n = n^2 - n + 1$	$A_4 = 15$
C	ja		$A_n = 2^n - 1$	*Proof by induction.*
D		nein	$A_n = 2^{n-1} + 1$	$A_1 = 1$

Aufgabe 3 *Kreuzen Sie genau die Sprachen an, die regulär sind.*

A		nein	$\{0^2 1^3 0^n 1^2 0^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ *nicht regulär nach Pumping Lemma*
B	ja		$\{0^2 1^3 0^n 1^2 0^{2k} \mid k, n \in \mathbb{N}\}$ $L = L(0^2 1^3 0^* 1^2 (0^2)^*)$
C	ja		$\{a_2 a_1 a_4 a_3 \cdots a_{2n} a_{2n-1} \mid n \in \mathbb{N} \wedge a_1, \ldots, a_{2n} \in \{0,1\} \wedge a_1 \cdots a_{2n} \in L\}$, *wobei L eine reguläre Sprache bezeichne.* *Siehe Hopcroft/Ullman, p. 74-75*
D		nein	$\{aa^{-1} \mid a \in \{0,1,2\}^*\}$ *nicht regulär nach Pumping Lemma*

Aufgabe 4 *Geben Sie einen regulären Ausdruck für die Sprache L an, die der folgende nicht-deterministische Automat $M = (\{q0, q1, q2\}, \{a, b\}, \delta, q0, \{q1, q2\})$ akzeptiert.*



δ	a	b
$q0$	$\{q1, q2\}$	$\emptyset$
$q1$	$\emptyset$	$\{q1\}$
$q2$	$\{q2\}$	$\{q0\}$

A		nein	$(a^+b)^*ab^*$	$L_1 \subsetneq L$, $aa \in L$, *aber* $aa \notin L_1$
B		nein	$(a^+b)^*a + ab^*$	$aa \in L$, *aber* $aa \notin L_2$
C		nein	$a + (a^+b)^*ab^*$	$L_3 = \{a\} \cup L_1 = L_1 \subsetneq L$, $aa \in L$, *aber* $aa \notin L_1$
D		nein	$a(a^*ba)^* + ab^*$	$aa \in L$, *aber* $aa \notin L_4$

Aufgabe 5 *Betrachten Sie die Sprache*

$$L = \left\{a \in \{0,1\}^* \,\middle|\, \exists b, c \in \{0,1\}^* : a = 10b \wedge a = c10\right\}$$

über dem Alphabet $\{0,1\}$.
Welcher der angegebenen Automaten akzeptiert L*, wenn er im Zustand* $q0$ *gestartet wird.*

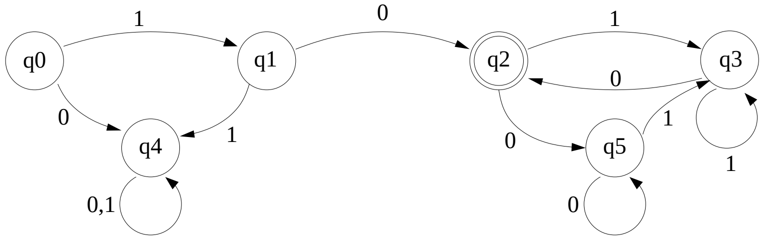


Abbildung 1: Automat 1

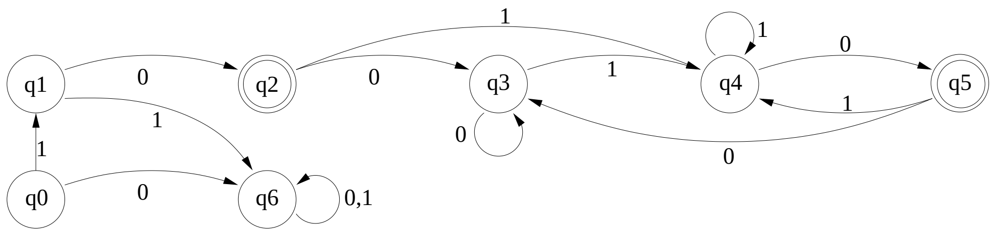


Abbildung 2: Automat 2

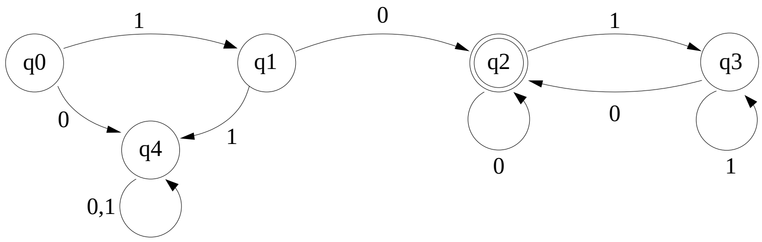


Abbildung 3: Automat 3

A	ja		*Der Automat aus Abbildung 1 akzeptiert* L.
B	ja		*Der Automat aus Abbildung 2 akzeptiert* L.
C		nein	*Der Automat aus Abbildung 3 akzeptiert* L.

Es gilt $L(M_3) \supset L$. M_3 *akzeptiert auch* 100. *Da aber* M_3 *jedes Wort von* L *akzeptiert, wurde auch* ja *als richtig gewertet.*